

А. С. Моргун<sup>1</sup>І. М. Меть<sup>1</sup>Я. А. Балабух<sup>2</sup>

## СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ГРУНТОВИХ ОСНОВ ТА ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

Проблема несучої здатності доріг та ґрунтових основ, яка до теперішнього часу продовжує залишатися актуальною у зв'язку з ростом об'ємів будівництва доріг, так і промислового та цивільного будівництва і необхідністю проектування надійних і економічних конструкцій доріг та споруд. Оцінка міцності основ, необхідність якої регламентується діючими нормативними документами, проводиться з різною ступінню достовірності на базі використання різних наближених методів, рішень задач теорії граничної рівноваги, а також пружних і пружно-пластичних задач.

В останній час спостерігається тенденція посилення ролі теоретичних досліджень у механіці ґрунтів. Сучасна методика проектування основ заснована на ідеї, що опір основи має перебільшувати напруження, які в них розвиваються без надмірних запасів міцності. В роботі використано методику для розрахунку контактної взаємодії жорсткого металевого аеродромного покриття з ґрунтовою основою, виконано порівняння з результатами експериментальних досліджень.

Методика заснована на методі граничних елементів (МГЕ) та дилатансійній моделі нелінійного деформування ґрунту І. П. Бойка, В. М. Ніколаєвського, (1,2), використано метод О. Іллюшина (3), який базується на використанні лінеаризованої системи розрахункових рівнянь.

Величина напружень визначалась не лише миттєвим значенням деформацій, як це має місце в суцільних середовищах, але і історією виникнення цих деформацій, що враховують нелінійні моделі пластичності. Пружно-пластичному середовищу ґрунту властива за формулюванням О. Іллюшина "довга" пам'ять, тобто, величина вкладу попередньої історії в даний момент. Прикладне значення математичної теорії пластичності для ґрунтової основи має бути вище, ніж класична теорія пружності, яка дійсна для ґрунтів при достатньо низьких рівнях навантажень.

Метою роботи є визначення напружено-деформованого стану дорожнього покриття на всьому етапі навантаження. Числовий підхід проілюстровано розрахунками напружено-деформованого стану покриття на кожному кроці навантаження з урахуванням дилатансійних властивостей ґрунту та використанням пружно-пластичної моделі ґрунтової основи.

Порівняння результатів числового моделювання за МГЕ з даними експериментальних досліджень (9) свідчать про достатньо добру відповідність цих величин. Прогнозування напружено-деформованого стану дорожнього покриття має суттєву практичну цінність.

**Ключові слова:** дорожні покриття, пластичність ґрунту, числовий метод граничних елементів, дилатансія, несуча спроможність, напружено-деформований стан, нелінійна модель ґрунтової основи.

### Вступ

Задачі дорожніх покриттів та фундаментобудування призвели до появи і інтенсивного розвитку механіки ґрунтів. Традиційним об'єктом дослідження механіки твердого деформованого тіла були матеріали, щільність яких в процесі деформування не змінювалась, або змінювалась дуже мало. Тому матеріали, яким властива суттєва незворотня об'ємна деформація, досліджені порівняно менше. Але існують матеріали, при деформуванні яких допустимо прикладання класичних уявлень. До них відносяться випадки, коли стисливість незначно впливає на зміну силових і кінематичних параметрів. Це відноситься до тіл видовжених у просторі мас ґрунтів на початковій фазі їх завантаження, рис 1.

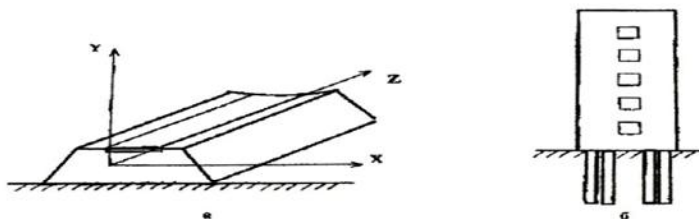


Рисунок 1 – Типові умови плоскої деформації:

а) – автомобільна дорога,

б) – витягнута в плані будівля

Ґрунт – це мінерально-дисперсне середовище, тверді частинки якого або не мають зв'язків між собою, або мають зв'язки, яким властива значно менша міцність, ніж міцність частинок. Руйнування



Функція текучості  $F$  в просторі напружень визначає поверхню навантаження, яка обмежує область пружної поведінки середовища. Поверхня навантаження – це границя пружної області,  $f$  – функція, що вивчає умову пластичності, це критерій переходу до граничного стану.  $F$  – (пластичний потенціал), дисипативна функція пористого ґрунту, який визначає дилатансійність середовища - зміну його об'єму при зсуві.  $F$  – це фіктивна функція історії дисипативного деформування ґрунту, вона не співпадає з якою-небудь поверхнею текучості.

Закон течії визначає пластичну течію після початку текучості. Вираз  $dF/d\sigma_{ij}$  – вектор, який не перпендикулярний до поверхні текучості  $f$ .

В теорії пластичної течії фізична залежність між напруженнями та приростами деформацій приймається у вигляді диференціальних залежностей між приростами деформацій і напруженнями. Такий підхід розширює можливість розрахунку, але одночасно і ускладнює його.

Ґрунтам властиві пружні (зворотні) і пластичні (незворотні) деформації, які можуть бути досягнені лише після деякого рівня напружень – досягнення критерія текучості  $f$ .

Загальні деформації визначались:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + \sum d\varepsilon_{ij}^p, \quad (4)$$

де  $d\varepsilon_{ij}$  – загальні деформації ґрунту складаються із пружних  $d\varepsilon_{ij}^e$  – приріст пружних деформацій визначався із закону Гука;  $\sum d\varepsilon_{ij}^p$  – суми приростів пластичні деформацій на попередніх кроках навантаження (історія навантаження), визначались згідно з неасоційованим законом пластичної течії (3) та доповнювались для корегування напрямку вектора пластичних деформацій дилатансійними співвідношеннями В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка (2,1).

Пружний приріст деформацій розкладався на гідростатичну та девіаторну складові:

$$d\varepsilon_{ij}^e = \delta_{ij} \cdot d\sigma_{kk} \cdot (1-2\nu)/E + d\sigma_{ij}/2\mu \quad (5)$$

де  $E$  – модуль пружності,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $\mu$  – постійна Ламе,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Приріст пластичних деформацій знаходився з неасоційованого закону пластичної течії (3), який визначає пластичну течію після початку текучості.

Приріст пластичних деформацій на конкретному кроці навантаження:

$$d\varepsilon^p = d\varepsilon^p_{шар} + d\varepsilon^p_{дев}, \quad (6)$$

де  $d\varepsilon^p_{шар}$  – приріст пластичних деформацій від шарового тензора напружень;  $d\varepsilon^p_{дев}$  – приріст пластичних деформацій від девіатора напружень.

Приріст пластичних деформацій від шарового тензора напружень визначався дилатансійним співвідношенням В.М. Ніколаєвського, І. П. Бойка (2,1):

$$d\varepsilon^p_{шар} = \Lambda(\chi) d\gamma^p, \quad (7)$$

Приріст пластичних деформацій від девіатора напружень:

$$d\varepsilon^p_{дев} = D_{ij} d\lambda \quad (8)$$

де  $D_{ij}$  – девіатор напружень;

-  $d\lambda$  – коефіцієнт пропорційності,

-  $d\gamma^p$  – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині;

$d\varepsilon^p_{ij}$  – приріст непружних змін об'єму, що супутні зсуву;

$\chi$  – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту  $\rho$ ).

$\Lambda$  – швидкість дилатансії (згідно з дилатансійною теорією В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка (2,1)). Швидкість дилатансії  $\Lambda$  залежить від щільності ґрунту  $\rho$  та приймає як позитивні (дилатансія), так і від'ємні (контракція) значення (1):

$$\Lambda(\rho) = -\sqrt{1 - (\rho/\rho^*)^2} \quad \text{при } \rho < \rho^* \\ \Lambda(\rho) = \sqrt{1 - (\rho^*/\rho)^2} \quad \text{при } \rho > \rho^* \quad (9)$$

де  $\rho^*$  – критична густина, яка є функцією гідростатичного напруження  $\sigma_m$ .

Критична щільність ґрунту  $\Lambda = 0$  (по Казагранде) – коли процес зсуву не супроводжується зміною об'єму. Рихлим упаковкам ґрунту, тобто малому внутрішньому тертю відповідає  $\Lambda < 0$ , рихлий ґрунт при зсуві ущільнюється. Для щільних станів ґрунту після піка міцності характеризується умовою  $\Lambda > 0$ , при зсуві проходить розрихлення ґрунту та послаблення.

Для розв'язку нелінійної задачі в основу покладено найбільш ефективний алгоритм розв'язку еволюційних задач О.А. Іллюшина (3), який базується на кроковому методі продовження розв'язку, коли на кожному наступному кроці використовується розв'язок задачі із попереднього кроку.

На зміну складним інтегро-диференціальним залежностям при розв'язанні задач суцільного середовища для розв'язання задачі взаємодії системи “основа - дорожнє покриття” взято числовий МГЕ.

Методика чисельного моделювання напружено – деформованого стану з урахуванням нелінійного деформування ґрунту побудована на застосуванні числового методу граничних елементів (МГЕ) та дилатансійної моделі нелінійного деформування ґрунтової основи (1,2). Для розв'язку пружно-пластичної задачі використано метод продовження по параметру, який базується на використанні лінеаризованої системи розрахункових рівнянь (3).

В МГЕ реалізується ідея апроксимації неперервної функції (тиск, переміщення) дискретною моделю, яка будується на множині кусочно-неперервних функцій. Визначення поля напружень пов'язано з числовим інтегруванням рівняння стану числового МГЕ (10), що приводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, СЛАР.

Основним розрахунковим рівнянням запроєктованої в роботі моделі роботи ґрунту і яке є аналогом системи 15 диференціальних рівнянь (статичних рівнянь, геометричних, фізичних) є інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія (10, 17). К. Бреббія (10) звів неголономну розрахункову систему диференціальних рівнянь в частинних похідних теорії пружності до інтегрального рівняння (10), (неголономна – тобто її неможливо в загальному випадку проінтегрувати щоб отримати співвідношення між напруженнями та деформаціями).

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (10)$$

де зліва в позначеннях Ейнштейна записано:

$\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  – статичні рівняння рівноваги;  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$  – фізичні рівняння середовища;  $u, p$  – шукані вектори переміщень та напружень на

границі фундаментної конструкції;  $C_{ij}$  – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі краєвої задачі до інтегрального рівняння (10) для отримання єдиного рішення.;  $\Gamma, \Omega$  – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції та границя трикутних осередків активної зони ґрунту.

При розгляді нелінійної задачі:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (11)$$

$u^*, p^*, \sigma^*$  – ядра граничного рівняння (10,11) – рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ( $P=1$ ) в півпросторі (10).

При обчисленні задачі про взаємодію дорожнього покриття з пружним середовищем в якості фундаментального рішення (позначених зірочкою \*) в роботі прийнято сингулярні рішення Р. Міндліна (12), отримані для півплощини. Використання розв'язків Р. Міндліна обумовлюється тим, що тиск від фундамента в ґрунті прикладається не до поверхні ґрунту, а на деякі глибини всередині масиву

грунту, цьому положенню відповідає саме задача Р. Міндліна. Для отримання числового розв'язку інтегрального розрахункового рівняння (10) було проведено дискретизацію граничної поверхні контакту дорожнього полотна з ґрунтовою основою лінійними граничними елементами, активна зона навколопального ґрунту дискретизувалась трикутними осередками, тобто, була реалізована ідея Пуассона – подання складного об'єкта його складовими.

Введення в (11) додаткових виразів  $\sigma_{jk}^*, \varepsilon_{jk}^*$  дозволили задовільнити умову обернення в нуль напружень на поверхні півпростору ґрунту. При виведенні основного інтегрального співвідношення МГЕ (12) використано теорему Бетті про взаємність робіт двох станів деформованого тіла:

$$\int_{\Omega} \sigma_{jk} \cdot \varepsilon_{jk}^* d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{jk}^* \cdot \varepsilon_{jk} d\Omega \quad (12)$$

$C_{ij}$  – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі краєвої задачі до інтегрального рівняння (10) для отримання єдиного рішення.;  $\Gamma, \Omega$  - відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції та границя трикутних осередків ґрунту.

В задачах геомеханіки умова плоскої деформації зустрічається доволі часто, рис.1. В цьому випадку один із розмірів (товщина) перпендикулярний до деякої площини, наприклад, площини XY, рис.1 є великий в порівнянні з розмірами в площині XY. Переміщення в напрямку осі Z нехтуючо малі, а переміщення  $u_x, u_y$  не залежать від  $u_z$ . На рис. 1 подано задачі для плоскої деформації.

В даній роботі розглядається плоска задача, тим більше, що числовий МГЕ переводить тривимірну задачу в двовимірну.

При проектуванні будівель та споруд основною задачею на період будівництва та під час експлуатації є забезпечення стійкості ґрунтового масиву та міцності наземних конструкцій. З метою запобігання розвитку зсувних процесів необхідно проводити аналіз напружено - деформованого стану ґрунтової основи. Для цього потрібно користуватись методами розв'язку нелінійних задач.

Основою геотехнічних розрахунків є, як відомо, фізичні, визначальні рівняння стану, які виражають в аналітичній формі закони деформування і руйнування ґрунту. Числові коефіцієнти, що входять в них, характеризують відповідні властивості конкретних ґрунтів.

При розрахунку конструкцій на пружній основі на теперішній час найбільш розповсюджені гіпотези роботи ґрунтової основи:

- гіпотеза пропорційності між прикладеним навантаженням і осіданням основ (гіпотеза Вінклера, 1867);
- гіпотеза пружного півпростору (30-ті роки ХХ століття), вона відображає розподільчу спроможність ґрунту і використовує формули теорії пружності.

Згідно моделі Вінклера осадка основи здійснюється лише в точці прикладання сили і величина осідання пропорційна інтенсивності реактивного тиску. Коефіцієнт постелі цієї моделі можна розглядати як характеристику контактної взаємодії жорсткого покриття дороги та ґрунтової основи. Та практика будівництва свідчить, що модель Вінклера не враховує розподільчі властивості основи.

Модель пружного півпростору передбачає, що деформації розвиваються і за межами діючого навантаження, а після зняття навантаження повністю відновлюються. Та ґрунти не є пружним середовищем, крім того, ця модель сильно перебільшує розподільчі властивості основи. Кожна з цих гіпотез має свої переваги та недоліки. Тому були напрацьовані нові моделі ґрунтової основи, які мали проміжну розподільчу спроможність між двома вказаними вище гіпотезами.

П.Л. Пастернак (1954) запропонував модель основи з двома коефіцієнтами постелі.

Наступною була розвинена теорія – лінійно деформований шар обмеженої товщини. Основна ідея моделі – з фундаментами взаємодіє деяка товщина ґрунтового масиву, нижче якої знаходиться недеформована область. Основна перевага цієї моделі – в умовах плоского завантаження осідання ґрунту мають кінцеве значення. Та глибина активної зони ґрунту в натурі не є постійною, вона залежить від навантаження, глибини закладання, розмірів фундаменту, властивостей ґрунту.

Ці моделі використовуються при проектуванні інженерних споруд. Та спорудження важких будівель та передача на дорожні покриття значних навантажень заставило перейти до більш складних моделей, що враховують нелінійну залежність між напруженнями та деформаціями – деформаційна теорія пластичності (Іллюшин О.А.) та теорія пластичної течії.

Деформаційна теорія пластичної течії Іллюшина О.А. (3) встановлює однозначну залежність між напруженнями та деформаціями, пов'язуючи кінцеві величини пластичних деформацій з кінцевими значеннями напружень. Ця теорія дійсна лише для простого навантаження.

Стабілометричні дослідження А.І. Боткіна (4) показали, що формозміна і об'ємна деформація ґрунту одночасово залежать від величини всебічного стиснення і девіатора напружень. Ця властивість ґрунту різнить його від металів та накладає вплив на описання деформування ґрунтів.

Теорія пластичної течії дозволяє враховувати складні траєкторії навантаження (історію навантаження масиву ґрунту). В ці теорії залежність “напруження – деформації” подаються у вигляді диференційних залежностей. В різниці від асоційованого закону неасоційований закон пластичної течії використовує потенціальну функцію, яка не співпадає з функцією текучості.

Відносно ґрунтів неасоційований закон пластичної течії напрацьований в твудах А.К. Бугрова (5), Ніколаєвського В.Н. (6).

Велике поширення за рубежом отримала пружно-пластична модель “Cam – Clay” (Кембрідж), в основі якої лежить асоційований закон пластичної течії.

На теперішній час зформульовано два види задач теорії пластичності: задача пружно-пластичної рівноваги, та задача пластичної течії. В першому випадку в дослідному середовищі наявні зони пружної рівноваги та пластичної. Взадачах пластичної течії всі елементи тіла знаходяться в граничній рівновазі, пластична деформація може збільшуватись та привести до руйнування середовища.

Для розрахунку дорожнього покриття використано пружно-пластичну модель. Теорія пластичної течії враховує можливість існування поверхні навантаження. Вперше до ґрунтів функція навантаження  $F$  була конкретизована Д. Друкером та В. Прагером (7). Неасоційований закон пластичної течії для ґрунтового середовища використовує потенціальну функцію  $F$ , що не співпадає з функцією текучості  $f$ .

Дорожнє покриття – транспортна споруда, яка має відповідати своєму функціональному призначенню та мати рівень надійності, який гарантує безпечну експлуатацію протягом проектного терміну служби.

Статичну схему дорожнього полотна необхідно вибирати так, щоб вона була мінімально чутливою до непередбачених змін у навантаженні. Розрахунковий термін служби покриття проїзної частини автодорогі складає 7 років (8).

В роботі розраховано за числовим методом граничних елементів деформативність металевого аеродромного покриття, виготовленого з гофрованих сталевих листків, які складаються із прямокутних в плані елементів – плит довжиною 3 м і шириною – 0.38 м (9). Глибина розвитку пластичних зон в гофрованій контактній поверхні значно менша, ніж під плитами без виступів по контактній площині підшви (9). Плити вкладаються в покриття поперечними по відношенню до напрямку руху рядами.

Аналіз експериментального дослідження одного із таких типів металевих покриттів, покладеного на перезволожений суглинок (9), дав замірені в натурі переміщення 1.89 см при навантаженні 188 кН.

Напружено-деформований стан ґрунтової основи такого дорожнього покриття в роботі обраховувався за допомогою основного визначального рівняння числового методу граничних елементів (11).

Призначення визначальних рівнянь є в тім, щоб встановити математичне співвідношення між статичними та кінематичними параметрами, що описують поведінку тіла при наявності механічних дій. Визначальні рівняння слугують для вводу ідеалізованих середовищ, наприклад, ідеально пружного тіла, ідеально пружно-пластичного тіла.

Достовірність прогнозу НДС дорожнього полотна чи споруди визначається тим, що було враховано в розрахункові схемі, які були прийняті припущення.

Основною проблемою, яка виникає при прогнозі осідань дорожніх покриттів та споруд і прогнозі допустимого навантаження на ґрунт є питання ущільнення та розущільнення ґрунтів під дією гравітаційних навантажень. Це потребує приділення значної уваги дилатансійній теорії ґрунтового середовища (1,14) та методам моделювання залишкових пластичних деформацій ґрунту з метою їх практичного прикладання, адже 95 % деформацій ґрунту є нелінійними (залишковими).

Міцність – проблема століття. Практично всі матеріали, в тім числі і ґрунт, руйнуються в результаті розвитку деформацій форми. Руйнування будь-якого твердого тіла – процес поступового розкриття спочатку найслабкіших місць, а потім все менш і менш небезпечних дефектів.

Характерною і найбільш яскравою особливістю ґрунту є переважно пластичне його деформування практично з моменту завантаження. Розвиток пластичних (залишкових) деформацій, які складають більшу частину повних деформацій, обумовлює нелінійну залежність  $\sigma - \varepsilon$ , що потребує врахування в геомеханіці цієї обставини.

Фізична суть дилатансії ґрунтового середовища – руйнування зчеплення частинок ґрунту і повертання блоків, в результаті порушується структура, утворюються поверхні ковзання. Для врахування дилатансійних ефектів ґрунтової основи при дії навантаження в роботі використано положення (1,11,14).

Реальні задачі геомеханіки моделюються диференційними рівняннями в частинних похідних і зводяться до класу крайових задач. Розв'язок задач теорії пластичності пов'язаний з розв'язком системи нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних, що являє собою складну задачу. В аналітичному вигляді її можна розв'язати у виключних випадках.

На заміну складним інтегро-диференційним залежностям в якості методу аналізу поставленої задачі взаємодії системи “основа – аеродромне дорожнє покриття” використано числовий метод граничних елементів.

При визначенні НДС дорожнього полотна необхідне визначення реологічних параметрів ґрунтів, що залягають в основі, яке проводиться згідно діючих нормативів в компресійних та зсувних приборах для дослідних зразків, вирізаних із монолітів різних по глибині інженерно-геологічних шарів.

При розрахунку використано 8 вхідних параметрів моделі:

- модуль загальної деформації  $E$ ;
- щільність ґрунту  $\rho$ ,
- щільність мінімальна  $\rho^{min}$ ,
- щільність максимальна  $\rho^{max}$ ;
- кут внутрішнього тертя  $\varphi$ ;
- зчеплення ґрунту  $c$ ;
- $p_0$  – межа переходу від пружного до пластичного стану в поверхні текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна.

Активна ґрунтова зона аеродромного дорожнього покриття при числовому розрахунку за МГЕ була дискретизована 118 трикутними дискретними елементами, контактну зону дискретизували 20 граничних постійних елементів.

До практичної цінності проведених досліджень слід віднести достовірну картину графіка “навантаження - осідання”, рис. 3, отриману за МГЕ по наведеному в роботі методу аналізу для дисперсних ґрунтів будівельного майданчика.

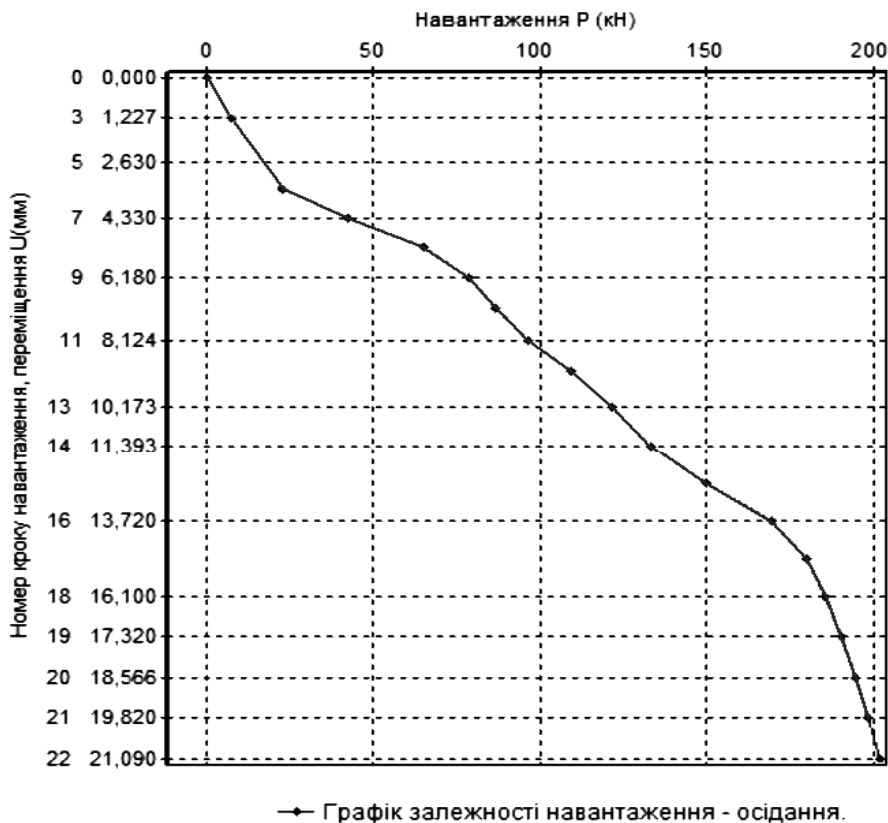


Рисунок 3 – Числові дослідження за МГЕ поведінки під навантаженням системи “основа - дорожнє покриття” (9)

Згідно прогнозу за МГЕ при осіданні дорожнього покриття  $s = 1.89$  см величина навантаження склала 193 кН, дані експеримента (9) при цьому осіданні фіксують 188 кН., що є прийнятним для практичного використання.

### Висновки

- Використання в прогнозних розрахунках нових дилатансійних пружно-пластичних моделей дає можливість ще на стадії проектування прогнозувати НДС основ, варіювати вхідними параметрами для отримання найбільш економічного рішення, та отримання картини роботи фундаментів споруд, дорожніх покриттів і ґрунтової основи під тисками сучасних висотних будівель та автомобільних доріг.
- Прогнозування НДС системи “основа – дорожнє покриття” з урахуванням історії навантаження основи та його нелінійного деформування дозволяє отримати більш достовірні значення напружень та деформацій системи.
- В роботі наведено основне розрахункове рівняння МГЕ, вирази для числової реалізації пластичності при розв’язку крайових задач геомеханіки.
- Викладено основи МГЕ, вирази для приросту напружень та деформацій з урахуванням історії навантаження в складних інженерно-геологічних умовах з метою їх наступної комп’ютерної реалізації

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Boyko I.P., Boyandin V.S., Delnik A.E., Kozak A.I., Sakharov A.S., Kiev. Frchiv of Applied Mechanics 62 (1992) s 16-328.
- [2] Nikolaevski V.N., Rice I.R. Current topics on the nonelastic deformation of geological materials.– in: High – pressure reince and technology.1979, vol. 2.
- [3] Ілюшин О.А. Пластичність. Техвиздат.1948. 367с.
- [4] Боткін А.І. Дослідження напруженого стану в сипучих та зв’язних ґрунтах. 1939.
- [5] Бугров А.К., Голубів Л.І. Анізотропні ґрунти і основи споруд. Надра. 1993, 245 с.
- [6] Ніколаєвський В.Н. Механіка пористих і тріщиноватих середовищ. Недра. 1948. 232 с.
- [7] Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quarterly of Applied Mathematicsc. 1952.10. №2.
- [8] ДБН В.2.3-14: 2006 Споруди транспорту. Мости і труби. Правила проектування.
- [9] В.М. Бойко, І.О. Онопа . До питання про призначення коефіцієнта постелі при розрахунку жорстких аеродромних покриттів. ОФМГ № 4,1993.
- [10] C.A. Brebbia, J.C. F. Telles, L.C. Wroubel. BOUNDARY ELEMENT TECHNIQUES, Theory and Applications in Engineering. New York. 1989.
- [11] <http://www.mymanual.ru/ebooks/tehnicheskaja>
- [12] Моргун А.С., Метъ І. М. , Ніщевич А.В. Комп’ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів. Монографія: ВНТУ, 2009. – 162 С.
- [13] Mindlin R. D., Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics. 7, 195-202 (1936).
- [14] Suklie L. Rheological Aspects of Soil Mechanics / WILEY – INTERSCIENCE, A division of John Wiley & Sons Ltd London, 1945.
- [15] Бойко І.П., Сахаров В.О. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К.: КНУБА. Випуск № 28, 2004. – С. 3-10.
- [16] Suklie L. Rheological Aspects of Soil Mechanics / WILEY – INTERSCIENCE, A division of John Wiley & Sons Ltd London, 1945.
- [17] Моргун А.С. Нелінійні проблеми механіки ґрунтів /А.С. Моргун // Вінниця, ВНТУ, 2016. – 122 с.
- [18] Brebbia C.A. Boundary element tecyniques / Springer - Verlag Nev York, 1984.
- [19] Cruse. T.A. Mathematical foundations of the boundare integral eguation method in solid meechanics. Report No. AFOSR – TR- 77 – 1002. Pratt and Whiney Aircraf Group. 1977.
- [20] Brebbisa C. A. and Walker S. Boundary Tlement Techniques in Engineering. Butterworths. London. 1980.
- [21] Telles I.C.F., On the application of the boundary element method to inelastic problems. Ph. D. Thesis , Universiny of Southfmpton, 1981.

### REFERENCES

- [1] Boyko I.P., Boyandin V.S., Delnik A.E., Kozak A.I., Sakharov A.S., Kiev. Frchiv of Applied Mechanics 62 (1992) s 16-328.
- [2] Nikolaevski V.N., Rice I.R. Current topics on the nonelastic deformation of geological materials.– in: High – pressure reince and technology.1979, vol. 2.
- [3] Ilyushin O.A. Plasticity. Technical Bulletin.1948. 367p.
- [4] Botkin A.I. Investigation of the stress state in loose and cohesive soils. 1939.
- [5] Bugrov A.K., Golubiv L.I. Anisotropic soils and foundations of structures. Subsoil. 1993, 245 p.
- [6] Nikolaevsky V.N. Mechanics of porous and fractured media. Nedra. 1948. 232 p.
- [7] Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quarterly of Applied Mathematicsc. 1952.10. №2.
- [8] DBN V.2.3-14: 2006 Transport structures. Bridges and pipes. Rules for design.
- [9] V.M. Boyko, I.O. Onopa. On the question of assigning the bed coefficient when calculating rigid airfield pavements. OFMG № 4,1993.
- [10] C.A. Brebbia, J.C. F. Telles, L.C. Wroubel. BOUNDARY ELEMENT TECHNIQUES, Theory and Applications in Engineering. New York. 1989.
- [11] <http://www.mymanual.ru/ebooks/tehnicheskaja>

- [12] Morgun A.S., Met' I. M., Nitsevich A.V. Computer technologies for calculating foundation structures based on the boundary element method. Monograph: VNTU, 2009. – 162 p.
- [13] Mindlin R. D., Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, *Physics*. 7, 195-202 (1936).
- [14] Suklie L. *Rheological Aspects of Soil Mechanics* / WILEY – INTERSCIENCE, A division of John Wiley & Sons Ltd London, 1945.
- [15] Boyko I.P., Sakharov V.O. Stress-strain state of soil massif during construction of new foundations near existing buildings // *Foundations and foundations: Interdepartmental scientific and technical collection*. – K.: KNUBA. Issue No. 28, 2004. – P. 3-10.
- [16] Suklie L. *Rheological Aspects of Soil Mechanics* / WILEY – INTERSCIENCE, A division of John Wiley & Sons Ltd London, 1945.
- [17] Morgun A.S. Nonlinear problems of soil mechanics / A.S. Morgun // *Vinnytsia, VNTU*, 2016. – 122 p.
- [18] Brebbia C.A. *Boundary element techniques* / Springer - Verlag New York, 1984.
- [19] Cruse. T.A. *Mathematical foundations of the boundary integral equation method in solid mechanics*. Report No. AFOSR – TR- 77 – 1002. Pratt and Whitney Aircraft Group. 1977.
- [20] Brebbia C. A. and Walker S. *Boundary Element Techniques in Engineering*. Butterworths. London. 1980.
- [21] Telles I.C.F., On the application of the boundary element method to inelastic problems. Ph. D. Thesis, University of Southampton, 1981.

**Алла Серафимівна Моргун** – д.т.н., професор кафедри будівництва, міського господарства та архітектури, Вінницький національний технічний університет, E-mail: morgunallaS@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4701-339X.

**Іван Миколайович Мет** – к.т.н., декан Факультету будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет, E-mail: vanmet@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9764-0271.

**Ярослав Андрійович Балабух** – к.т.н., ст. викл. кафедри автомобільних доріг та мостів, Національний університет «Львівська політехніка», E-mail: balajar55@gmail.com

**A. Morgun<sup>1</sup>**  
**I. Met<sup>1</sup>**  
**Y. Balabuh<sup>2</sup>**

## CURRENT STATE OF THE PROBLEM OF CONTACT INTERACTION OF SOIL BASE AND ROAD SURFACE IN DESIGNING MOTORWAYS

<sup>1</sup>Vinnytsia National Technical University

<sup>2</sup>Lviv Polytechnic National University

*The problem of the bearing capacity of roads and soil bases continues to be relevant to this day due to the growth in the volume of road construction, as well as industrial and civil construction, and the need to design reliable and economical road structures and structures. The assessment of the strength of the bases, the necessity of which is regulated by current regulatory documents, is carried out with varying degrees of reliability based on the use of various approximate methods, solutions to problems of the theory of limit equilibrium, as well as elastic and elastic-plastic problems.*

*Recently, there has been a tendency to increase the role of theoretical research in soil mechanics. The modern methodology for designing bases is based on the idea that the resistance of the base should exceed the stresses that develop in them without excessive safety margins. The paper uses a methodology for calculating the contact interaction of a rigid metal airfield pavement with a soil base, and a comparison with the results of experimental studies is made.*

*The methodology is based on the boundary element method (BEM) and the dilatancy model of nonlinear soil deformation by I. P. Boyko, V. M. Nikolaevsky, (1,2), the method of O. Ilyushin (3) was used, which is based on the use of a linearized system of computational equations.*

*The magnitude of the stresses was determined not only by the instantaneous value of the deformations, as is the case in continuous media, but also by the history of the occurrence of these deformations, which take into account nonlinear plasticity models. According to the formulation of O. Ilyushin, the elastic-plastic medium of the soil is characterized by a "long" memory, that is, the magnitude of the contribution of the previous history at the present moment. The applied value of the mathematical theory of plasticity for the soil base should be higher than the classical theory of elasticity, which is valid for soils at sufficiently low load levels.*

*The purpose of the work is to determine the stress-strain state of the road surface at the entire loading stage. The numerical approach is illustrated by calculations of the stress-strain state of the pavement at each loading step, taking into account the dilatancy properties of the soil and using an elastic-plastic model of the soil base.*

*Comparison of the results of numerical modeling using MGE with the data of experimental studies (9) indicates a fairly good correspondence of these values. Forecasting the stress-strain state of the road pavement has significant practical value.*

**Keywords:** road pavements, soil plasticity, numerical boundary element method, dilatancy, bearing capacity, stress-strain state, nonlinear model of the soil base.

**Alla Morgun** – Doctor of Engineering, Professor, Department of Civil Engineering, Urban Management and Architecture, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia. E-mail: morgunallaS@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4701-339X.

**Ivan Met** – Candidate of Technical Sciences, Dean of the Faculty of Construction, Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, E-mail: vanmet@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9764-0271.

**Yaroslav Balabuh** – CScTec., Assoc. Prof., Department of highways and bridges, Lviv Polytechnic National University, Lviv. E-mail: balajar55@gmail.com